

1

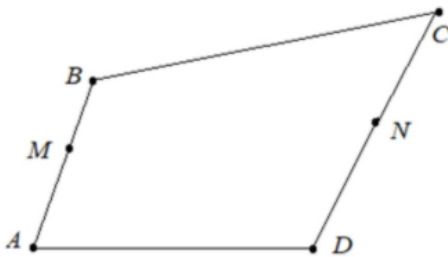
Три гоночных машины A , B и C одновременно стартовали и проехали круг длиной 3 километра с постоянными, но не равными скоростями. Когда финишировала машина A , машине B до финиша оставалось 300 метров, а когда финишировала машина B , машине C до финиша оставалось также 300 метров. Когда финишировала машина A , машине C до финиша оставалось _____ метров.

2

Все элементы невырожденной квадратной матрицы $A_{2021 \times 2021}$ порядка 2021 равны или 0, или 1. Наибольшая возможная сумма всех элементов матрицы $A_{2021 \times 2021}$ равна ...

3

На стороне AB четырехугольника $ABCD$ поставлена точка M , а на стороне CD – точка N (см. рис.) так, что площади четырехугольников $ABCN$ и $MBCD$ обе равны 24. Модуль векторного произведения векторов MN и AD равен ...



4

Дана функция $f(x) = 4x^5 + 5x^3 + x$ и обратная к ней функция $g(x)$. Наибольший корень уравнения $f(x) = g(x)$ равен ...

5

Функция $f(x)$ имеет непрерывную производную на отрезке $[-5; 5]$, за исключением, быть может, конечного числа точек, в каждой из которых производная имеет конечные односторонние пределы. Известно, что $f(-5) = f(5) = 0$ и $f(x) \geq \sqrt{5}$ при $x \in [-3; 3]$. Наименьшее возможное значение интеграла $\int_{-5}^5 \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$ равно ...

6

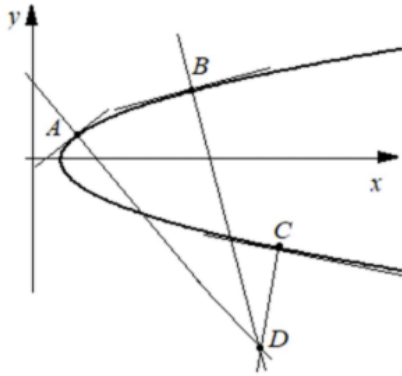
Пусть S – сумма всех таких комплексных значений z , для которых среди чисел $1, z, z^2, z^3, \frac{1}{z}, \frac{1}{z^2}, \frac{1}{z^3}$ имеется ровно три одинаковых числа. Значение выражения $3S - 5$ равно ...

7

Матрица A имеет размер 3×2 , а матрица B – 2×3 . Известно, что $AB = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ -2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$ и матрица BA является невырожденной. Если $C = BA$, то сумма всех элементов матрицы C равна ...

8

Известно, что нормали, проведенные в трех различных точках $A(x_a, y_a), B(x_b, y_b), C(x_c, y_c)$ к симметричной относительно оси Ox параболы, пересекаются в точке $D(x_d, y_d)$ (см. рисунок). Наибольшее возможное значение суммы $y_a + y_b + y_c$ равно ...



9

Дан многочлен 11-й степени $P(x) = x^{11} + a_{10}x^{10} + a_9x^9 + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0$, который делится нацело на свою производную $P'(x)$. Известно, что $P(0) = -1$. Значение $P(-1)$ равно ...

10

Интеграл $\int_0^{\pi/2} \frac{2022 \cdot \sin 2022x}{\pi \sin x} dx$ равен ...

11

Пусть последовательность $\{u_n\}$ – это последовательность чисел Фибоначчи: $u_0 = u_1 = 1, u_{n+1} = u_n + u_{n-1}$ для $n \geq 1$. Сумма ряда $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5u_n}{3^{n-2}}$ равна ...

12

Пусть $F(p, q) = \max\{|x^2 + px + q|, x \in [-1; 1]\}$ – наибольшее значение функции $f(x) = |x^2 + px + q|$ при $x \in [-1; 1]$ для заданных p и q . Если $M = \min F(p, q)$ – наименьшее возможное значение $F(p, q)$, то $60M$ равно ...

13

Последовательность $\{a_n\}$ задана рекуррентно $a_0 = 2022, a_n = \left(\frac{n}{n+1}\right)^2 a_{n-1} + \frac{1}{(n+1)^2}$. Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} (48n \cdot a_n)$ равен ...

14

Известно, что z_1, z_2, \dots, z_n – корни уравнения $z^n + z^{n-1} + z^{n-2} + \dots + z^2 + z + 1 = 0$. Предел

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6}{n+1} \sum_{k=1}^n \frac{4}{1-z_k} \right)$ равен ...

15

Наибольшее значение на отрезке $x \in [0; 4]$ дважды дифференцируемой на этом отрезке функции $f(x)$ равно M . Известно, что $|f''(x)| \leq 4$ для всех $x \in [0; 4]$ и $f(0) = f(4) = 0$. Наибольшее возможное значение M равно ...

Предел

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 x^n (e^{x^2-1} + 4\cos(4\pi x)) dx$$

равен ...