

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

Вычисление площади плоской фигуры		
ограниченной сверху линией $y = f(x)$, снизу осью Ox , $a \leq x \leq b$	ограниченной сверху линией $y_2 = f_2(x)$, снизу линией $y_1 = f_1(x)$, $a \leq x \leq b$	ограниченной сверху линиями $y_1 = f_1(x)$, $x \in [a; c]$ и $y_2 = f_2(x)$, $x \in [c; b]$, снизу осью Ox
$S = \int_a^b f(x) dx$	$S = \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) dx$	$S = \int_a^c f_1(x) dx + \int_c^b f_2(x) dx$
ограниченной сверху линией, заданной параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, снизу осью Ox , $a \leq x \leq b$, $\alpha \leq t \leq \beta$, $x(\alpha) = a$, $x(\beta) = b$	ограниченной непрерывной линией $r = r(\varphi)$ и двумя лучами $\varphi = \alpha$ и $\varphi = \beta$ ($\alpha < \beta$) в полярной системе координат	
$S = \int_a^\beta y(t) \cdot x'(t) dt$	$S = \frac{1}{2} \int_\alpha^\beta r^2(\varphi) d\varphi$	

Вычисление длины дуги плоской кривой AB		
Кривая задана уравнением $y = f(x)$, где $a \leq x \leq b$	Кривая задана параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, где $\alpha \leq t \leq \beta$	Кривая задана в полярных координатах уравнением $r = r(\varphi)$, где $\alpha \leq \varphi \leq \beta$
$l = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$	$l = \int_\alpha^\beta \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt$	$l = \int_\alpha^\beta \sqrt{r^2 + (r')^2} d\varphi$

Вычисление объёма тела		
Формула объёма тела по площади параллельных сечений $S = S(x)$, перпендикулярных оси Ox , где $a \leq x \leq b$	Тело получено вращением вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной сверху линией $y = f(x)$, снизу осью Ox , $a \leq x \leq b$	Тело получено вращением вокруг оси Oy криволинейной трапеции, ограниченной сверху линией $y = f(x)$, снизу осью Ox , $a \leq x \leq b$
$V = \int_a^b S(x) dx$	$V_x = \pi \int_a^b y^2 dx$	$V_y = 2\pi \int_a^b xy dx$

Вычисление площади поверхности, образованной вращением кривой вокруг оси Ox		
Кривая задана уравнением $y = f(x)$, где $a \leq x \leq b$	Кривая задана параметрическими уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$, где $\alpha \leq t \leq \beta$	Кривая задана в полярных координатах уравнением $r = r(\varphi)$, где $\alpha \leq \varphi \leq \beta$ (ось Ox совмещена с полярной осью)
$S_x = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx$	$S_x = 2\pi \int_\alpha^\beta y(t) \sqrt{(x'_t)^2 + (y'_t)^2} dt$	$S_x = 2\pi \int_\alpha^\beta r(\varphi) \sin \varphi \sqrt{r^2 + (r')^2} d\varphi$

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛЁННОГО ИНТЕГРАЛА

Работа переменной силы	Путь, пройденный телом	Давление жидкости на вертикальную пластину
<p>Работа, произведённая силой $F = F(x)$ при перемещении точки M вдоль оси Ox из положения $x = a$ в положение $x = b$ ($a < b$)</p> $A = \int_a^b F(x) dx$	<p>Путь, пройденный материальной точкой при прямолинейном движении с переменной скоростью $v = v(t)$ за промежуток времени от t_1 до t_2</p> $S = \int_{t_1}^{t_2} v(t) dt$	<p>Пластина ограничена линиями $x = a$, $x = b$, $y_1 = f_1(x)$, $y_2 = f_2(x)$, где $f_1(x) < f_2(x)$ на $[a; b]$. Ось Oy направлена по поверхности жидкости, ось Ox направлена в глубину, g – ускорение свободного падения, ρ – плотность жидкости</p> $P = g\rho \int_a^b (f_2(x) - f_1(x)) \cdot x dx$

Статические моменты плоской кривой $y = y(x)$, где $a \leq x \leq b$, (ρ – плотность)	
<p style="text-align: center;">Относительно оси Ox</p> $S_x = \rho \int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx$	<p style="text-align: center;">Относительно оси Oy</p> $S_y = \rho \int_a^b x \sqrt{1 + (y')^2} dx$

Центр тяжести $C(x_c; y_c)$ плоской кривой $y = y(x)$, где $a \leq x \leq b$	
$x_c = \frac{\int_a^b x \sqrt{1 + (y')^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx}$	$y_c = \frac{\int_a^b y \sqrt{1 + (y')^2} dx}{\int_a^b \sqrt{1 + (y')^2} dx}$

Статические моменты плоской фигуры (пластинки), ограниченной кривой $y = y(x)$ и прямыми $y = 0$, $x = a$, $x = b$, (ρ – плотность)	
<p style="text-align: center;">Относительно оси Ox</p> $S_x = \frac{1}{2} \rho \int_a^b y^2 dx$	<p style="text-align: center;">Относительно оси Oy</p> $S_y = \rho \int_a^b xy dx$

Центр тяжести $C(x_c; y_c)$ плоской фигуры (пластинки), ограниченной кривой $y = y(x)$ и прямыми $y = 0$, $x = a$, $x = b$	
$x_c = \frac{\int_a^b xy dx}{\int_a^b y dx}$	$y_c = \frac{\frac{1}{2} \int_a^b y^2 dx}{\int_a^b y dx}$