2020-2021 уч. год. I тур. Техника и технологии

Задание № 1

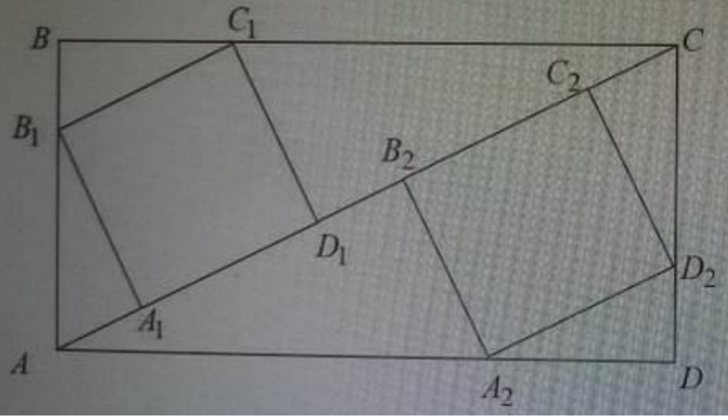
развернуть

Магазин покупает товар у поставщиков по цене, составляющей 75% от средней рыночной цены товара, а продает покупателям по цене, составляющей 90% от средней рыночной цены товара. Цена продажи товара превосходит цену покупки на _____ %.

Задание № 2

развернуть

В прямоугольнике $ABCD$ проведена диагональ AC (см. рисунок). В треугольник ABC вписан квадрат $A_1B_1C_1D_1$, а в треугольник ACD – квадрат $A_2B_2C_2D_2$. Известно, что $AA_1 = D_1B_2 = C_2C$. Если отношение площади прямоугольника $ABCD$ к площади квадрата $A_1B_1C_1D_1$ равно P, то значение $20P$ равно …



Задание № 3

развернуть

Дан кубический многочлен $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, где $a \neq 0$. Известно, что $f(-1) = 12, f(0) = 6, f(1) = 2$. Сумма всех значений x, которые **не могут** быть корнями уравнения $f(x) = 0$, равна …

Задание № 4

развернуть

Дан правильный 23-угольник $M_1M_2 \dots M_{23}$. Пусть точка O — его центр. Внутри многоугольника $M_1M_2 \dots M_{23}$ выбрана точка M так, что длина вектора $\overline{MO}$ равна $|\overline{MO}| = 4$, а угол M_1OM равен 135^o. Значение выражения $|\overline{MM_1} + \overline{MM_2} + \dots + \overline{MM_{23}}|$ равно …

Задание № 5

развернуть

Дана функция $f(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} + \frac{3}{x-3} + \dots + \frac{2020}{x-2020}$.

Число корней уравнения $f(x) = 0$ равно …

Задание № 6

развернуть

Число способов выбрать из чисел от 1 до 300 (включая 1 и 300) три целых различных числа так, чтобы их сумма делилась на 3 равно …

Задание № 7

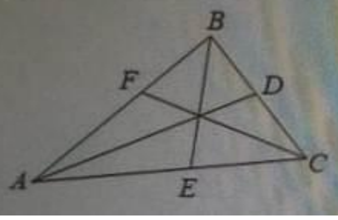
развернуть

Известно, что определитель квадратной матрицы четвертого порядка $A_{4\times4} = \{a_{ij}\}$ равен 6. Элементами матрицы $B_{4\times4}$ являются соответствующие алгебраические дополнения элементов матрицы A: $B_{4\times4} = \{A_{ij}\}$ (A_{ij} - алгебраические дополнения соответствующих элементов матрицы A). Определитель матрицы B равен …

Задание № 8

развернуть

В треугольнике ABC проведены биссектрисы углов AD, BE, CF (см. рисунок). Если известно, что $BC = 10\sqrt{3}$, а сумма векторов $\overline{AD}, \overline{BE}, \overline{CF}$ равна нулевому вектору ($\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \overline{0}$), то длина биссектрисы AD равна …



Задание № 9

развернуть

Дана матрица $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ такая, что $b \cdot c = -7$, $A^3 = E$, где E – единичная матрица. Наибольшее возможное значение выражения $7a + 3d$ равно …

Задание № 10

развернуть

Пусть $g(a) = \int\limits_0^{\infty} \frac{\ln x}{x^2 + a^2} dx$, где $a > 0$. Если M – наибольшее возможное значение $g(a)$ $(a > 0)$, то значение выражения $2020M \cdot \frac{e}{\pi}$ равно …

Задание № 11

развернуть

Дана дифференцируемая в точке $x = a$ функция $f(x)$ такая, что $f'(a) = \frac{1}{5}$. Предел $\lim\limits_{n \to \infty} n\left(f(a + \frac{1}{n}) + f(a + \frac{2}{n}) + \ldots + f(a + \frac{2020}{n}) - 2020 \cdot f(a)\right)$ равен …

Задание № 12

развернуть

Дана функция $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x \ln 2} - \frac{1}{2^x - 1}, x \neq 0, \\ \frac{1}{2}, x = 0. \end{cases}$

Если производная этой функции в точке $x = 0$ равна M ($f'(0) = M$), то значение выражения e^{-48M} равно …

Задание № 13

развернуть

Последовательность $\{x_n\}$ задана рекуррентным соотношением $x_0 = 0, x_1 = 1$ $x_n = \frac{1}{n} x_{n-1} + \frac{n-1}{n} x_{n-2}$, при $n \geq 2$. Если предел последовательности равен A ($\lim\limits_{n \to \infty} x_n = A$), то значение выражения e^{5A} равно …

Задание № 14

развернуть

Пусть предел $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{\sin \frac{\pi \cdot 1}{2n} \cdot \sin \frac{\pi \cdot 2}{2n} \cdot \sin \frac{\pi \cdot 3}{2n} \cdot \ldots \cdot \sin \frac{\pi \cdot n}{2n}}$ равен A. Тогда $48A$ равно …

Задание № 15

развернуть

Дано комплексное число z такое, что $|z| < 100$ и $\sum\limits_{m=2}^{\infty} \left(\sum\limits_{k=1}^{m} e^{2\pi i k z / m} \right) = z$.

Максимальное возможное значение $|z|$ для числа z, удовлетворяющего указанным условиям, равно …

Задание № 16

⟷ развернуть

Пусть сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!(n^4+n^2+1)}$ равна S. Значение выражения $\frac{12}{e}S$ равно …