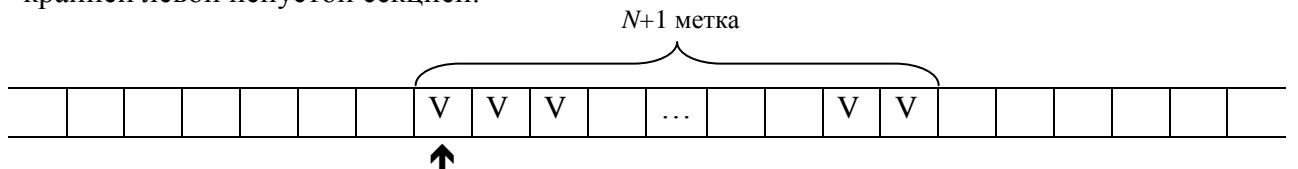


Алгоритмическая система Поста. Представление чисел на Машине Поста.

Представление чисел на Машине Поста

Остановимся на записи чисел на МП и выполнении некоторых операций над ними. Целое неотрицательное число k представляется на МП массивом длины $k+1$.

Рассмотрим задачу о прибавлении единицы к произвольному числу. Пусть на ленте МП записано только одно число N (т.е. массив из $N+1$ метки) и каретка находится под крайней левой непустой секцией.



Необходимо получить число $(N+1)$, т.е. массив из $(N+1)+1$ меток. Это можно сделать добавив к исходному массиву еще одну метку – либо перед первой меткой (*программа А*), либо после последней метки (*программа Б*).

Программа А.

1. $\leftarrow 2$
2. $V 3$
3. !

Программа Б.

1. $\rightarrow 2$
2. $3 -? - 1$
3. $V 4$
4. !

Перейдем теперь к сложению чисел.

Задача 5. Сложить два числа k_1 и k_2 , записанных на расстоянии одной пустой секции друг от друга (*на расстоянии 1*).

Проще всего решить эту задачу, заполнив меткой пустую секцию между массивами. Тогда на ленте будет $(k_1 + k_2 + 3)$ отмеченных секций, а должно быть $(k_1 + k_2 + 1)$. Поэтому надо стереть две лишние метки, например в конце второго массива.

Допишите программу самостоятельно

Программа А.

1. $\rightarrow 2$
2. $3 -? - 1$
3. $V 4$
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.
- 8.
- 9.
10. !

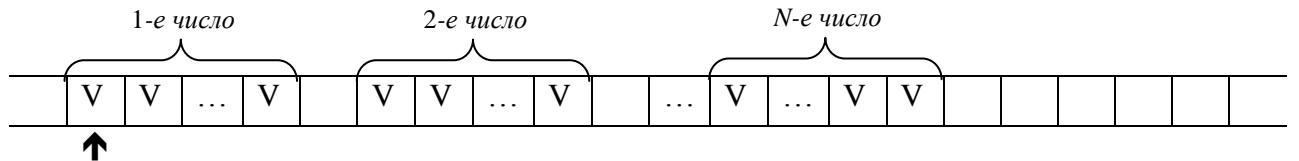
Можно составить более короткую программу, если стирать две метки не в конце второго массива, а в начале первого. При этом надо учесть тот случай, когда в первом массиве всего одна метка (*первое число равно нулю*).

Проверьте работу этой программы

Программа Б.

1. $\uparrow 2$
2. $\rightarrow 3$
3. $8 -? - 4$
4. $\uparrow 5$
5. $\rightarrow 6$
6. $7 -? - 5$
7. $V 8$
8. !

Задача 6. Сложить произвольное количество чисел, записанных на расстоянии 1 друг от друга.



Надо составить такую программу, которая для любого количества чисел N и любых значений этих чисел $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ давала бы результативную остановку, когда на ленте было бы записано число $(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n)$.

Идея. Используя *Программу Б* из задачи 5 сложим первые два числа, вернемся к началу полученного результата, вновь сложим первые два числа и т.д.

Программа.

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1. $\uparrow 2$ | 7. стоп |
| 2. $\rightarrow 3$ | 8. $\leftarrow 9$ |
| 3. $4 -? - 2$ | 9. $10 -? - 8$ |
| 4. $V 5$ | 10. $\rightarrow 11$ |
| 5. $\rightarrow 6$ | 11. $\uparrow 12$ |
| 6. $7 -? - 8$ | 12. $\rightarrow 1$ |

Поясним данную программу. Последовательно стираем по две метки слева (*команды 1, 11*), помещая взамен одну метку в ближайшую справа пустую секцию (*команда 4*). Если следующая за ближайшей справа пустой секцией тоже пуста (*команды 5 и 6*), то программа заканчивается.

Задача 7. Сложить два числа, записанных на произвольном расстоянии друг от друга.



Нужно составить программу, приводящую к цели для любых целых неотрицательных чисел A, B, K .

Программа А.

- | | |
|--------------------|----------------------|
| 1. $\uparrow 2$ | 8. $9 -? - 7$ |
| 2. $\rightarrow 3$ | 9. $\rightarrow 1$ |
| 3. $4 -? - 2$ | 10. $\leftarrow 11$ |
| 4. $V 5$ | 11. $12 -? - 10$ |
| 5. $\rightarrow 6$ | 12. $\rightarrow 13$ |
| 6. $7 -? - 10$ | 13. $\uparrow 14$ |
| 7. $\leftarrow 8$ | 14. стоп |

“Идея” этой программы состоит в том, что первый массив передвигается направо до тех пор, пока не сольется со вторым массивом. Передвижение массива осуществляется путем перенесения самой левой метки в ближайшую пустую секцию справа. Когда массивы сливаются, отмеченными оказываются ($A + B + 2$) секции, т.е. на одну больше, чем надо. Остается стереть лишнюю метку (крайнюю справа).

Можно сократить программу А, используя прием, примененный в задаче 5 – стирать метку не в конце, а в начале работы машины).

Программа Б.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| 1. $\uparrow 2$ | 7. $V 8$ |
| 2. $\rightarrow 3$ | 8. $\rightarrow 9$ |
| 3. $12 -? - 4$ | 9. $10 -? - 12$ |
| 4. $\uparrow 5$ | 10. $\leftarrow 11$ |
| 5. $\rightarrow 6$ | 11. $2 -? - 10$ |
| 6. $7 -? - 5$ | 12. стоп |

На машине Поста можно выполнять разнообразные вычисления, но мы ограничимся рассмотренными выше задачами.

Основная математическая задача при работе человека на вычислительной машине в принципе одинакова для реальных и «абстрактных» машин и сводится к составлению для машины программы, приводящей к заданной цели.

Для реальной и абстрактной машин общим является следующее:

- 1) можно составлять различные программы, приводящие к одной и той же цели;
- 2) при составлении программы надо учитывать структуру исходных данных и их расположение в памяти машины;
- 3) если расширяется класс исходных данных, то задача построения программы усложняется;
- 4) при построении сложных программ можно использовать составленные ранее программы для задач, имеющих частный характер (подпрограммы);
- 5) минимизация программ по числу команд.

Машину Поста и ЭВМ можно трактовать как машины, обладающие запоминающими устройствами конечной емкости в каждый данный момент, но неограниченно растущими при необходимости, что позволяет реализовывать любые алгоритмы. Поэтому машину Поста можно рассматривать как упрощенную модель ЭВМ.