

## Лекция 4. Алгоритмическая система Поста. Составление программ. Представление чисел на Машине Поста.

### Алгоритмическая система Поста

Рассматривая различные подходы к строгому определению понятия алгоритм, отметим, что во всех случаях результат использования алгоритма не зависит от того, кто его применяет. Более того, действия человека по выполнению строгих однозначных предписаний напоминают действия машины.

Исходя из свойств алгоритмов, легко сформулировать требования к машине:

- 1) должна быть полностью детерминированной и действовать в соответствии с заданной системой правил;
- 2) должна допускать ввод исходных данных;
- 3) заданная система правил работы машины и класс решаемых задач должны быть согласованы так, чтобы всегда можно было прочесть результат работы машины.

Абстрактные (т.е. существующие не реально, а лишь в воображении) машины Поста и Тьюринга, предназначенные для доказательств различных утверждений о свойствах программ для них, были предложены независимо друг от друга (и практически одновременно) в 1936 г. американским математиком Эмилем Постом и английским математиком Аланом Тьюрингом. В отличие от Тьюринга, Пост в своих работах термин «машина» не использовал. Машина Тьюринга постоянно используется в качестве рабочего аппарата в современной теории алгоритмов.

Эти машины представляют собой универсальных исполнителей, являющихся полностью детерминированными, позволяющих «вводить» начальные данные, и после выполнения программ «читать» результат. Машина Поста менее популярна, хотя она значительно проще машины Тьюринга. С ее помощью можно вести обучение первым навыкам составления программ для ЭВМ.

Прежде всего, заметим, что машина Поста – это мысленная, «абстрактная» вычислительная машина, а не реально существующее устройство.

### Устройство Машины Поста

МП состоит из бесконечной ленты, разделенной на равные секции и каретки (считывающе-записывающего устройства). В каждой секции (ячейке) ленты либо ничего не записано (секция называется *пустой*), либо записана метка «V» (секция называется *отмеченной*).

Например,

			V	V			V				V	V	V		V		V	V			
--	--	--	---	---	--	--	---	--	--	--	---	---	---	--	---	--	---	---	--	--	--



Информация о том, какие секции пусты, а какие отмечены, образует **состояние ленты**. Состояние ленты может изменяться в процессе работы машины.

Каретка может передвигаться вдоль ленты вправо или влево. В неподвижном состоянии она находится напротив одной из секций ленты. Говорят, что каретка **обозревает данную секцию**.

Информация о состоянии ленты и местоположении каретки образует **состояние машины Поста**.

### Работа Машины Поста

Работа машины Поста заключается в том, что каретка передвигается вдоль ленты и печатает или стирает метки в соответствии с заданной инструкцией (*программой*), а также распознает, имеется ли метка в секции.

Программы для машины Поста состоят из отдельных команд, пронумерованных натуральными числами 1, 2, 3, ...

### Система команд МП

Условная запись	
$x. \rightarrow y$	сдвиг вправо, перейти к команде с номером $y$
$x. \leftarrow y$	сдвиг влево, перейти к команде с номером $y$
$x. \vee y$	поставить метку, перейти к команде с номером $y$
$x. \uparrow y$	стереть метку, перейти к команде с номером $y$
$x. ? y, z$	передача управления: <ul style="list-style-type: none"> <li>○ если секция пуста, то перейти к команде с номером <math>y</math>,</li> <li>● если секция не пуста, то к команде с номером <math>z</math></li> </ul>
$x.!$	стоп (конец работы)

*Примечание.* Здесь  $x$  – порядковый номер команды,  $y, z$  – номера команд, которым передается управление (*номера отсылок*).

**Программой машины Поста** будем называть конечный непустой список ее команд, обладающий следующими свойствами:

- 1) на  $i$ -том месте в списке стоит команда с номером  $i$ ;
- 2) номер отсылки  $y$  совпадает с номером некоторой команды списка.

### Примеры.

Программа 1.	Программа 2.	Программа 3.	Программа 4.
1. $\rightarrow 2$	2. $\rightarrow 3$	2. 4 – ? – 3	1. $\rightarrow 2$
2. $\vee 3$	3. $\vee 1$	1. $\rightarrow 2$	2. $\vee 5$
3. !	1. !	3. $\uparrow 1$	3. !
		4. !	

Примеры 2, 3, 4 не являются программами для машины Поста. *Объясните почему.*

Чтобы машина Поста начала работать, надо задать некоторое начальное состояние машины и программу. При выполнении программы возможны следующие случаи:

- 1) машина дойдет до выполнения невыполнимой команды (например, печать метки в непустой секции или стирание метки в пустой секции) – говорят, что произошла *безрезультатная* (или аварийная) *остановка*;
- 2) машина дойдет до команды «стоп» - говорят, что произошла *результативная остановка*, получено конечное состояние машины;
- 3) машина не дойдет ни до одной из команд, указанных в п. 1 и 2 – говорят, что машина работает бесконечно.

### Составление программ для Машины Поста

**Задача 1.** На ленте расположены 10 подряд отмеченных секций (массив из 10-ти меток). Каретка находится под крайней левой непустой секцией (положение *по умолчанию*).

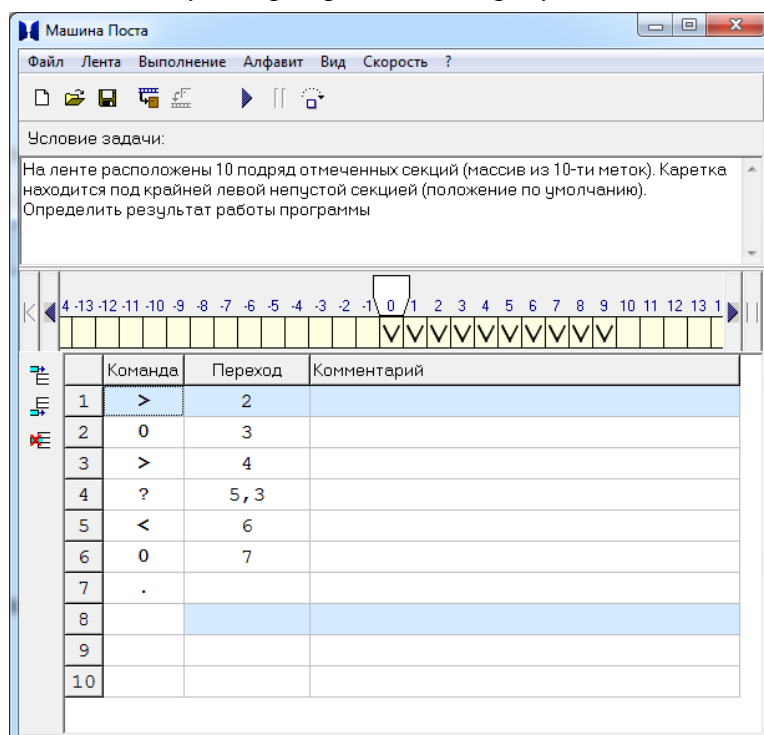
				V	V	V	V	V	V	V	V	V							
				↑															

Дана следующая программа для МП.

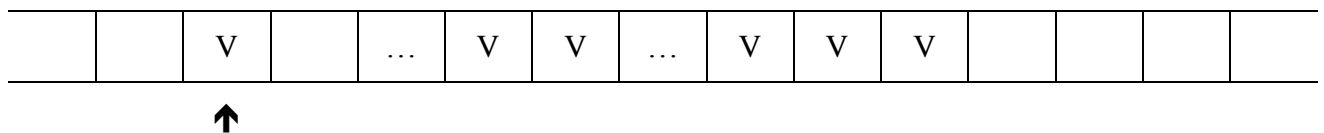
- |            |        |
|------------|--------|
| 1. → 2     | 5. ← 6 |
| 2. ↑ 3     | 6. ↑ 7 |
| 3. → 4     | 7. !   |
| 4. 5 –?– 3 |        |

Какой вид будет иметь лента после выполнения данной программы (указать конечное состояние МП)?

*Решение в эмуляторе приведено на рисунке*



**Задача 2.** Одна отмеченная секция расположена на ленте левее основного массива отмеченных секций (см. рис.)



Составить программу, по которой машина присоединит эту метку к основному массиву и остановится. Проверить решение в эмуляторе.

### Задания для самостоятельной работы

#### ОБРАБОТКА МАССИВОВ МЕТОК НА МАШИНЕ ПОСТА

**Задача 1.** На ленте МП массив из N меток. Каретка под крайней слева непустой секцией. Составить программу для МП, которая сотрет массив.

**Задача 2.** На ленте МП массив из N меток. Каретка под крайней слева непустой секцией. Составить программу для МП, которая сотрет все метки, кроме крайних.

**Задача 3.** На ленте МП массив из N меток. Каретка под крайней СЛЕВА непустой секцией. Составить программу для МП, которая сохраняя количество меток, расположит их через одну пустую секцию.

**Задача 4. (обратная к 3).** На ленте МП N меток, расположенных через одну пустую секцию. Каретка под крайней СПРАВА непустой секцией. Составить программу для МП, которая сохраняя количество меток, соединит их в один массив.

**Задача 5.** На ленте МП массив из нечетного числа меток ( $>1$ ). Каретка под крайней слева непустой секцией. Составить программу для МП, которая найдет и сотрет СРЕДНЮЮ метку массива.

**Задача 6.** На ленте МП массив из N меток. Каретка под крайней слева непустой секцией. Составить программу для МП, которая построит второй такой же массив справа через две пустые секции от исходного.